

数 学

〔実施時間50分〕

注 意

- 1 開始の合図があるまで、問題用紙を開いてはいけません。
- 2 解答は、最も簡単な形で表し、全て解答用紙に記入ください。
- 3 答えに根号が含まれる場合は、根号を用いた形で表してください。
- 4 円周率は π とします。
- 5 問題用紙は、冊子の形になっています。
- 6 問題は、表紙の裏を1ページとし、7ページまであります。開始の合図で問題用紙の各ページを確認し、始めください。

1

次の(1)から(9)までの各問いに答えなさい。

(1) $6 \times (-2) + 8$ を計算しなさい。

(2) $\frac{1}{6}a - \frac{3}{8}a$ を計算しなさい。

(3) $(-3x)^2 \div \frac{15}{2}xy^2 \times 5y^2$ を計算しなさい。

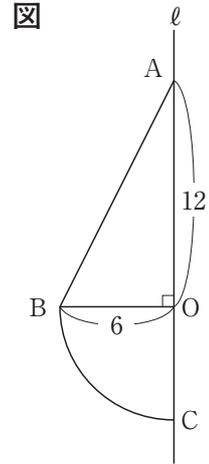
(4) 次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ 2x - 5y = -16 \end{cases}$$

(5) $\sqrt{27}(2 - \sqrt{3})$ を計算しなさい。

(6) $x = \frac{2}{5}$ のとき、式 $(x-3)^2 - x(x-11)$ の値を求めなさい。

(7) 右の図は、 $AO=12$ 、 $BO=6$ の直角三角形 ABO と、半径を OB とする中心角 90° のおうぎ形を組み合わせた図形です。この図形を点 A 、 O 、 C を通る直線 l を軸として 360° 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

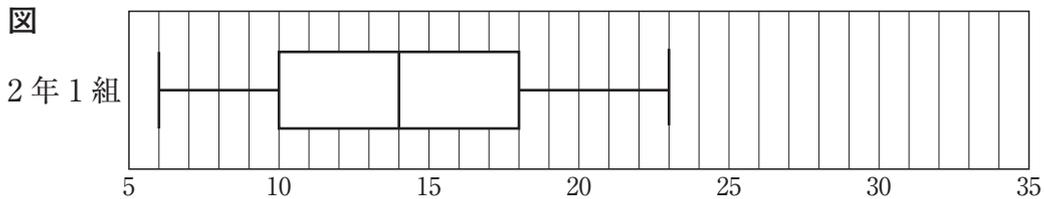


(8) Aさん、Bさん、Cさん、Dさん、Eさんの5人は、あるゲームをしました。5人がそれぞれ獲得した得点の平均点は、52点でした。下の表は、50点を基準とし、Dさん以外の4人それぞれの得点と基準とした50点との差を表しています。Dさんの得点を求めなさい。

表

| Aさん | Bさん | Cさん | Dさん | Eさん |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| -12 | +13 | -1 | | +8 |

(9) 2年1組と3年2組のハンドボール投げの記録を調べました。2年1組の箱ひげ図は、下の図のようになりました。下の表は、3年2組の最小値、範囲、第1四分位数、四分位範囲、中央値をまとめたものです。3年2組の箱ひげ図をかきなさい。



表

| | 最小値 | 範囲 | 第1四分位数 | 四分位範囲 | 中央値 |
|------|-----|----|--------|-------|-----|
| 3年2組 | 12 | 21 | 18 | 10 | 24 |

2

三角形について、授業で学んだことをノートにまとめています。後の(1)から(4)までの各問いに答えなさい。

まとめ

同一直線上にない3点をそれぞれ結ぶ3つの線分によって囲まれた図形を三角形という。

[1] 三角形の内角の和は 180° である。

[2] 三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい。

- (1) 図1のような $\triangle ABC$ があります。三角形の3つの角の大きさをそれぞれ a° , b° , c° とすると、 a , b , c の値には範囲があります。たとえば、 $\angle A$ の角の大きさについて、 a の範囲は、 $0 < a < 180$ と表せます。その理由は、 $0 < a$ については、三角形の2辺がつくる角は必ず正の値であるからです。また、 $a < 180$ については、三角形の内角の和は 180° で、 $a + b + c = 180$ となり、 $b > 0$, $c > 0$ だからです。

図1

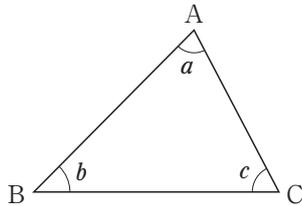


図2

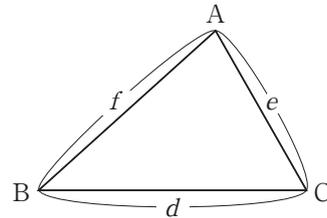


図2のように、 $\triangle ABC$ の辺の長さを $BC = d$, $CA = e$, $AB = f$ とすると、 d , e , f においてもその値には範囲があり、 $f \geq e$ である $\triangle ABC$ において、 d の範囲は、 $f - e < d < f + e$ と表せます。たとえば、図3の $e = 3$, $f = 4$ の三角形について、 d の長さを変えることを考えます。図4のように d が短い三角形で、 $d < 1$ では、3辺で囲めず三角形ができません。また、図5のように d が長い三角形で、 $d > 7$ では3辺で囲めず三角形ができません。つまり、 d の値には範囲があります。

図3

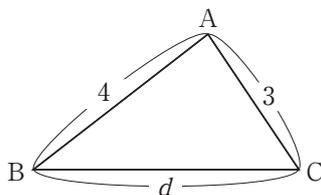


図4

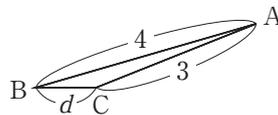
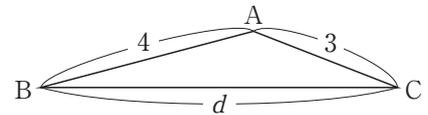


図5



このことは、たとえば、 $f - e < d$ である理由について次のように説明できます。

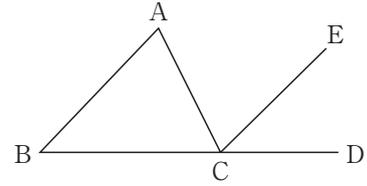
2点A, Bを結ぶ線のうち、長さが最も短いのは線分ABである。したがって、 $\triangle ABC$ の辺ABの長さ f は、辺BCの長さ d と辺CAの長さ e の和 $d + e$ よりも小さいので、 $f < d + e$ である。ここで、左辺と右辺からそれぞれ e をひいた値の大小関係は $f - e < d + e - e$ であり、右辺 $d + e - e = d$ だから、 $f - e < d$ である。

上の説明の下線部にならって、図2の $\triangle ABC$ の3辺 d , e , f において、 $d < f + e$ である理由を説明しなさい。

(2) まとめの [1] について考えます。図6のように、 図6

$\triangle ABC$ の底辺BCの延長をCDとします。また、頂点Cから、辺ABに平行な直線CEをひきます。

このとき、平行線の同位角は等しいから、
 $\angle ABC = \angle ECD$ です。また、 から、
 $\angle CAB = \angle ACE$ です。



したがって、 $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = \angle ECD + \angle BCA + \angle ACE$

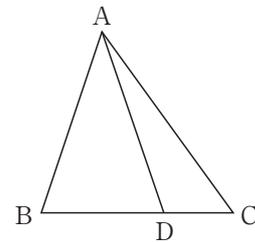
B, C, Dは一直線上にあるから、 $\angle ECD + \angle BCA + \angle ACE = 180^\circ$

したがって、 $\angle ABC + \angle BCA + \angle CAB = 180^\circ$ であるといえます。

にあてはまる言葉を書きなさい。

(3) 図7の $\triangle ABC$ において、点Dは辺BC上にあり、 図7

$AD = AB$, $\angle BAD = 2\angle DAC$ です。BD = 8, CA = 14であるとき、 $\triangle ADC$ の面積を求めなさい。



(4) 大中小のさいころを同時に投げたとき、さいころの出た目をそれぞれ d, e, f として、図2のような3辺の長さがそれぞれ d, e, f である三角形をつくろうとしました。このとき、(1)で示した辺の長さの条件から、1辺の長さが $d=6, e=1, f=2$ などのときには、三角形ができません。このような場合を考えて、三角形ができる確率は $\frac{37}{72}$ になります。

$d=6$ であると決めて、中小2つのさいころを同時に投げたとき、さいころの出た目をそれぞれ e, f として、3辺の長さがそれぞれ d, e, f である三角形ができる確率も同じになるか調べます。ただし、さいころは、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいとし、(1)の長さの条件でさいころの目の e, f の大きさの関係が $f < e$ のときは、 $f - e$ の絶対値について考えます。

下線部の確率を求めなさい。また、3つのさいころを同時に投げたとき、さいころの出た目で三角形ができる確率と、求めた下線部の確率について、次のアからウのうち、正しいものを1つ選んで、記号で書きなさい。

ア どちらの確率も同じである。

イ 3つのさいころを同時に投げたとき、さいころの出た目を d, e, f として、3辺の長さがそれぞれ d, e, f である三角形ができる確率の方が高い。

ウ $d=6$ であると決めて、2つのさいころを同時に投げたとき、さいころの出た目をそれぞれ e, f として、3辺の長さがそれぞれ d, e, f である三角形ができる確率の方が高い。

3

Aさんには、弟のBさんと、姉のCさんがいます。図1のように、家から東へ800m離れたところにバス停があり、バス停から東へ400m離れたところに公園があります。ただし、家、バス停、公園は、一直線の道沿いにあり、Aさん、Bさん、Cさんはこの道を移動することにします。後の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

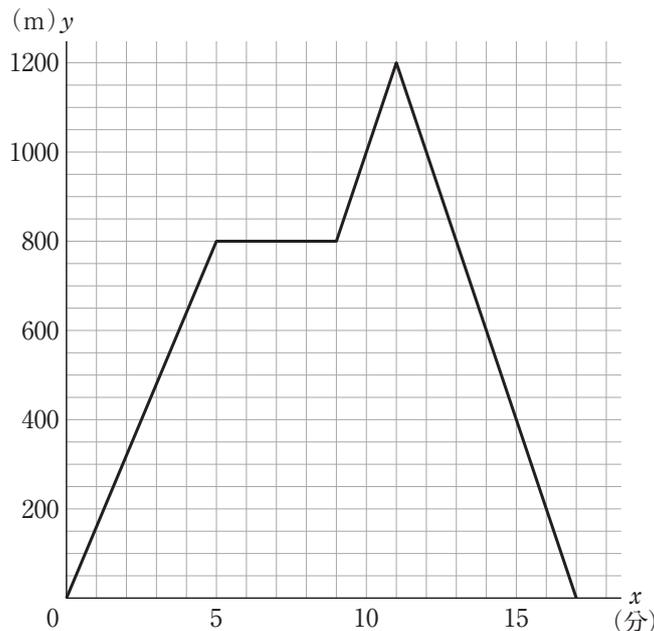
図1



(1) Aさんは、家から公園に向かって走りました。家から公園までは分速 x mで走り、公園に着くとそれまでと同じ速さで公園内の1周200mの遊歩道を1周してから、家から公園まで走った速さの $\frac{2}{7}$ 倍の速さで歩いて公園から家まで帰り、全部で32分かかりました。 x の値を求めなさい。ただし、公園に入ってから遊歩道までの距離や時間は考えないものとします。

(2) Bさんは、家から公園に向かって走りました。途中にあるバス停で知人と出会い、立ち止まって何分か話をした後、それまでとは速さを変えて公園に向かいました。公園についてすぐに折り返して家に帰りました。図2は、Bさんが家を出発してから公園で折り返して家に帰るまでの移動のようすについて、Bさんが家を出発してから x 分後の家からの距離を y mとして、 x と y の関係をグラフに表したものです。ただし、Bさんが家からバス停まで走った速さ、バス停から公園まで、公園から家に帰るまでの速さは、それぞれ一定であるとします。後の①、②の各問いに答えなさい。

図2



① 図2から、 x の変域が $11 \leq x \leq 17$ のときの x と y の関係は、1次関数であり、式 $y = ax + b$ と表せます。 b の値を求めなさい。

② Cさんは公園にいました。Cさんは、公園でテニスをするつもりでしたが、家に忘れ物をしたことに気がついたので、家に一度帰ることにしました。Cさんは、Bさんが家を出発してから3分後に公園を出発しました。Cさんは、家に帰って6分間休憩した後、公園に向かっていると、公園から帰るBさんとすれちがい、Bさんが家を出発してから17分後に、公園に着きました。Cさんは、公園から家、家から公園まで、それぞれ自転車で同じ速さで進みました。

Cさんが公園を出発してから家に帰り、再び公園に着くまでの移動のようすをグラフに表しなさい。また、Cさんが家から公園に向かう途中でBさんとすれちがったのは、Bさんが家を出発してから何分後か求めなさい。

4

$AB = AE$ の直方体 $ABCD - EFGH$ について、次の(1)~(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 図1のように、直方体 $ABCD - EFGH$ があります。図2のような直方体の面 $ABCD$ の辺 BC 上に点 P があり、 $\triangle DPC$ が面 $ABCD$ の $\frac{1}{8}$ の面積になるときの点 P を、コンパスと定規を使って作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

図1

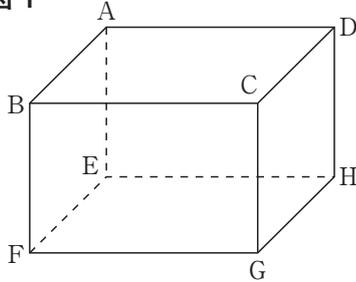
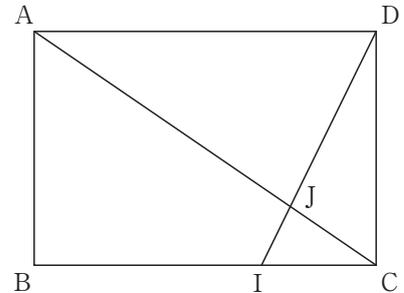


図2



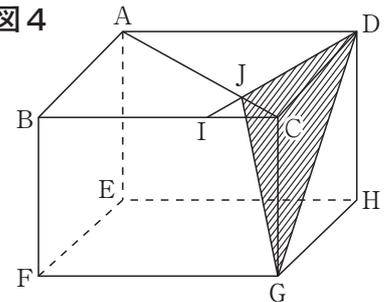
- (2) 図3のように、直方体 $ABCD - EFGH$ の面である長方形 $ABCD$ の辺 BC 上に点 I をとります。また、長方形 $ABCD$ の対角線 AC と DI の交点を J とします。このとき、 $JI : JD = IC : DA$ となることを証明しなさい。

図3



- (3) 図4のように、 $AB = AE$ の直方体 $ABCD - EFGH$ の辺 BC 上に $BI : IC = 2 : 1$ となる点 I をとり、図3のようにして点 J をとります。点 G から点 J 、 D にそれぞれ線分を引くと、立体 $G - JCD$ ができます。斜線で示したこの立体 $G - JCD$ の体積を求めなさい。ただし、 AB の長さを4、 AD の長さを6とします。

図4



(問題提供：(株)大阪進研)